技術報告

日本における誤差論の歴史的考察

Historical Study on Error Theory in Japan

中根　勝見*
Katsumi NAKANE

Abstract: The textbook of error theory for the national licensed surveyor's examination has been used the standard deviation based on "Handbuch der Vermessungskunde" by Jordan (1895). This standard deviation is called "Der mittlere Fehler" and it is denoted by $m=\sqrt{[\varepsilon^2]/n}$, where [ ] indicates summation, ε is an error and n is the number of measurements. In general, the standard deviation is defined by $\sigma=\sqrt{E[(X-\mu)^2]}$, where X is a randum variable and $\mu=E[X]$. This paper studies on the historical error theory in Japan.

1．はじめに

標準偏差と言えば，測量成果の品質管理の尺度として，古くから最も広く使われている重要なものである。その標準偏差は，日本における測量士・測量士補国家試験受験対策のテキスト（日本測量協会，平成27年）に示されているが，真値を中心とした散布度で定義されていている。我が国では「中等誤差」と呼ばれていた式である。

20世紀に入り，推測統計学に基づく平均値を中心とした散布度で定義されている標準偏差が使われるようになった。その推測統計学が，測地学に本格的に導入されたのは20世紀後半になってからである。日本では，1980年代前後に標準偏差の用語が使われるようになった。これまで使われていた中等誤差は，名称だけが標準偏差と変更された。すなわち，中等誤差は，標準偏差と異なる尺度であるにもかかわらず，同じ尺度としたのである。この歴史的経過を考察する。

2．統計学と誤差論

誤差論の考察に当たっては，ガウスによる「正規曲線」を出発点とする。この正規曲線は，天文観測や測量に伴う測定誤差の分布を理論化した内容である。正規分布又はガウス分布として統計学の理論的基礎を創り出したと言われている。

ガウス（1777-1855）後，ピアソン（1857-1936）に代表される「記述統計学」に進んで行った。記述統計学は，"集団の規則性は大量に観察することによってのみ発見することができる"との考えで，"自然の語ることを謙虚に聞くという単なる記述"というものである。19世紀後半から20世紀初頭にかけて発達したものである。

1922年のフィッシャー（1890-1962）による「理論統計学の数学的基礎」が，一つの時代区切りとして，「推測統計学」と言われる時代に入った（簑谷，1992）。推測統計学は，標本から母集団の母数を推定し検証するもので，"自然に対して積極的に問いかけ，その内蔵するものを引き出し，検証するもの"である。

しかし，推測統計学は直ちに測地学へ導入されたわけでなく，統計的仮説検定が，本格的に測地学の論文及び教科書に使われるようになったのは，20世紀後半になってからである。とりわけ計算量の多い測地学では，電子計算機の実用化が不可欠であった。世界的には，現在の測位・測量成果の品質管理の誤差論に使われている。我が国の測量分野では，現在においても統計的仮説検定のような推測統計学の成果は，使われてなく，その推進を主張している（中根，2017）。

*アイサンテクノロジー株式会社

3．中等誤差，平均二乗誤差と標準偏差

以下，現在の日本の測量士試験問題に使われている標準偏差について歴史的考察を行う。

3.1 中等誤差

Jordan (1895) による「Handbuch der Vermessangs-kunde (測量ハンドブック)」は，「Mittlere Fehler (中等誤差)」として，誤差 $\varepsilon=(X-\tau)$ の平方の総和を観測量（X）の数 n で割った平方根である式(1)を示している。ただし，τ は真値である。

$$中等誤差\quad m=\sqrt{\frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n}\varepsilon_i^2} \tag{1}$$

真値（τ）は未知であるから，真値に近い最確値 $\bar{X}_n$ を使い，残差 $\nu=(X-\bar{X}_n)$ から式(2)に示す中等誤差を導く。

$$中等誤差\quad m=\sqrt{\frac{1}{n-1}\sum_{i=1}^{n}\nu_i^2} \tag{2}$$

以上に述べた Jordan (1895) の教科書に基づいて，日本における測量の教科書の内容が書かれていると推定できる。まず，日本における本格的な最初の測量の教科書である「陸地測量学（大前他，昭和７年）」は，精度の尺度として，式(1)及び(2)に示す「中等誤差」を使っていた。同様に，日本における唯一の測量教育機関であった建設省地理調査所技術院養成所における「最小自乗法」の教科書（1954）は，戦前の陸地測量学に続いて「中等誤差」を精度の尺度として使っていた。この最小自乗法の教科書は，石川他（1982）によって編集され「測量のための最小二乗法」として出版された。石川等の教科書は，日本の高度成長のインフラ整備に大きく貢献した測量専門学校の教科書として広く使われた。これらの内容は，日本測量協会(昭和56年)の現代測量学（測量の数学的基礎）及び同協会（平成27年）の測量士・測量士補国家試験受験テキストに引き継がれてきている。ただし，いずれの文献においても「中等誤差」は，「標準偏差」と名称変更されている。「中等誤差≡標準偏差」がこの時代に生じたのである。ただし，式(2)の中等誤差の場合は，後述する式(4)と同じ形式なので，標準偏差とする名称変更は可能である。

3.2 平均二乗誤差

Hosmer (1929) による平均二乗誤差（Mean Square Error）は，中等誤差と同様に式(1)で定義されていた。測量作業規程（建設省，昭和47年度）は，この平均二乗誤差を中等誤差と同じ尺度として使っていた。その後，測量作業規程（建設省，昭和52年度）において，中等誤差及び平均二乗誤差は，標準偏差に名称変更されて使われている。現在，中等誤差及び平均二乗誤差の名称は死語となっているが，平均二乗誤差は，国土調査法施行令第15条に使われている。

3.3 標準偏差

Bomford（1952）による測地学の教科書は，式(1)を「Standard Deviation（標準偏差）」と定義している。ただし，“観測値が非常に多い場合”が前提になっている。観測値が非常に多い場合，「中心極限定理」により，観測値は正規分布に従うようになる。又，観測値が非常に多い場合，誤差に系統誤差が含まれていても系統誤差のランダム化が生じるような場合，大数の法則により，誤差の平均値は０になる。このような条件下では，観測値は平均値０の正規分布に従うことになる。従って，平均値＝真値と仮定でき，式(1)を標準偏差とすることができる。

我が国の教科書において，“観測値が非常に多い場合”という前提条件は，式(1)に示す中等誤差及び平均二乗誤差の説明に見当たらない。ただし，誤差の３公理の説明は，観測値が多いことを前提としている。

3.4 3章のまとめ

以上示したように，日本の測量士受験テキストの誤差論における標準偏差は，現在でも，19世紀の真値を中心とした散布度で定義されてきている。世界的にみても，20世紀中頃までの Hosmer（1929），Bomford（1952）及び Jordan 他（1963）の教科書は，式(1)に示す真値を中心とした散布度で精度の尺度を定義していて，Jordan（1895）の誤差論の影響下にあったと言える。

一方，推測統計学への大きな一歩をしるした Fisher（1950）による「研究者のための統計的方法」は，平均値を中心とした散布度で，標準偏差を定義している。Bomford（1971）も第３版になると，標準偏差は分布の中心からの散布度で定義されている。この時代になると，Jordan（1895）の影響から脱しているようである。

4．標準偏差と平均二乗誤差

本第４章は，ISOのような最新の推測統計学に基づいた，現在世界で使われている測量成果の品質管理に関する尺度である「分散（又は標準偏差）」及び「平均二乗誤差（又はRMS誤差）」について考察する。前者の分散は，「精度（precision）」の尺度で平均値を中心とした観測値の散布度で，偶然誤差の評価をする尺度である。後者の平均二乗誤差は，「正確度(accuracy)」の尺度で，真値を中心とした観測値の散布度で，系統誤差と偶然誤差の双方の評価が可能である。

これらの尺度において，測量成果である観測値の確率分布は，正規分布など特定の確率分布の仮定やデータの多量性を必要としない。以下，これら二つの尺度の定義等を考察する。

4.1 母集団

JIS X 7114（2009）は，母集団（population）について，"考察の対象となる特性をもつすべてのものの集団"と定義している。ただし，前第３章で述べた中等誤差を使っていた記述統計学の時代は，母集団という概念はなかった。

4.2 分散（又は標準偏差）

確率変数 $X_1, X_2, \cdots, X_n$ のデータ集合からなる母集団を考える。この母集団の母数（パラメータ）である平均値 μ 及び分散 σ^2 は，式(3)で定義される（JIS Z 8101-1，1999）。ただし，E［＊］は期待値記号で，＊の平均値を表す。

$$\text{平均値}\quad \mu = \mathrm{E}[X],$$

$$\text{分散}\quad \sigma^2 = V(X) = E[(X-\mu)^2] = \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n}(X_i-\mu)^2$$
$$= E(X^2) - \mu^2 \tag{3}$$

次に，ある母集団から n 個の確率変数 $X_1, X_2, \cdots, X_n$ を無作為に抽出した場合を考える。標本平均及び標本分散は，それぞれ，標本平均 $\bar{X} = (X_1 + X_2 + \cdots + X_n)/n$ 及び標本分散 $S_n^2 = (1/n)\sum_{i=1}^{n}(X_i - \bar{X})^2$ で与えられる。標本平均 $\bar{X}$ は，この母集団の平均値 μ の不偏推定量であるが，標本分散 S_n^2 はこの母集団の分散 σ^2 の不偏分散でない。σ^2 の不偏分散 U_n^2 は，式(4)で与えられる。

$$\text{不偏分散}\quad U_n^2 = \{1/(n-1)\}\sum_{i=1}^{n}(X_i - \bar{X})^2 \tag{4}$$

標準偏差は，分散の正値の平方根で定義される。

4.3 平均二乗誤差（又はRMS誤差）

標準偏差は，どの統計学の教科書においても必ず定義されている。一方，以下に述べる平均二乗誤差は，日本では1990年代以降の限られた統計学の教科書に定義されているだけで，まだ，一般化した尺度とは見られない。

ISO 19157 (2013) における正確度の定義は，"Accuracy : closeness of agreement between a test result or measurement result and the true value. Note : the true value can be a reference value that is accepted as true."とあり，真値の実在を定義している。

確率変数 $X_1, X_2, \cdots, X_n$ のデータ集合からなる母集団を考える。確率変数 X の真値 τ が既知の場合，平均二乗誤差（Mean Square Error : M^2）は，式(5)で与えられる（Mikhail，1976）。ただし，$\beta = \mu - \tau$ である。

$$\text{平均二乗誤差}\quad \mathrm{M}^2 = E[(X-\tau)^2] = \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n}(X_i - \tau)^2$$
$$= \sigma^2 + \beta^2 \tag{5}$$

式(5)は，分散 σ^2 と偏り β^2 の評価が可能になっている。平均二乗誤差の正値の平方根が，RMS誤差である。

公共測量作業規程の準則（以下，単に準則という。）は，2008年の改正において，ISOに基づくJPGIS (Japan Profile for Geographic Information Standards)を導入し，測量成果の品質評価に正確度とその尺度として，平均二乗誤差（又はRMS誤差）を導入した。

準則の第110条は，車載写真レーザ測量の計測結果の点検や調整処理に必要な水平位置及び標高の基準となる「調整点」を定めている。同様に，準則第323条は，航空レーザ測量の「調整用基準点」の設置を定めている。又，UAVを用いた公共測量マニュアル（案）第53条に標定点とは別に「検証点」を定めている。以上に定められた「調整点」「調整用基準点」及び「検証点」の成果は，JIS X 7113（2004）に定義された参照（真とみなす）値であって，レーザ計測による３次元点群データの誤差を推定する役割をもっている。具体的例として，準則の標準様式３-25（国土地理院，平成20年）は，航空レーザ測量の調整用基準点においてRMS誤

差による品質管理を行っている。以上のように，現在の準則は，真値を中心とした観測値の散布度である平均二乗誤差（又はRMS誤差）を品質評価の尺度として使っている場合がある。

5．作業規程及び教科書に示されている標準偏差等誤差論の実際

第4章は，ISO等の定義に基づく最新の測量成果の品質管理の尺度について述べた。第3章は，古い時代の教科書に基づく測量成果の品質管理に関する尺度を述べた。本第5章は，現在使われている作業規程及び教科書に示されている測量成果の品質管理として，疑問のある尺度について考察する。

5.1　国土地理院 Website に見る「精度」

国土地理院 Website から，「絶対精度」及び「相対精度」を検索すると，多くの文献が検索できる。例えば，「測地部（平成30年）位置情報基盤を構成するパブリックタグ情報共有のための標準仕様 Ver. 1.1」は，“相対精度とは，近傍のタグ同士の相対的な位置関係の誤差のことをいう。”のように，相対精度の定義を行っている。この定義は，JIS X 7113に示された「相対正確度」そのものである。国土地理院に対して測地学，JIS 及び地理情報標準に定義された用語を使わない理由を聞いてみたところ，“一般の利用者向けに厳密な用語ではなく，なるべく平易な言葉遣いで伝わることを意識して作成したものです。”と回答があった。

5.2　測量士・測量士補国家試験問題の考察

平成14年測量士試験問題午前 No 2 問 B（日本測量協会，平成19年）は，“一般に測量値は，測るたびに異なる。（中略）系統誤差は，その原因が分かれば，測定作業を注意深く行い適切な補正を施すことで除去できる場合が多い。偶然誤差は，通常，平均値が0の正規分布に従うものとして取り扱われる。（以下略）”と出題している。“偶然誤差は，通常，平均値が0の正規分布に従うものとして取り扱われる。”という内容は，平成18年午前 No 2 問 A でも出題されている。現在の統計学では，観測値が非常に多い場合，偶然誤差が正規分布に従うのであって，一般的には正規分布を仮定する必要はない。

測量士試験問題平成29年午前 No 7（国土地理院，平成29年），平成19年午前 No 2 問 A 及び平成22年午前 No 5（日本測量協会，平成24年）は，“十分な注意を払って観測を行っても真値を求めることはできない。”という内容の出題を行っている。すなわち，“無限回の観測をしない限り真値は求まらない。”（日本測量協会，平成27年）というのが，日本の誤差論教育である。この出題内容は，古い時代の統計学を前提にしたものである。例えば，Jordan（1895）は，“Diese wahren Fehler ε bleiben ewig unbekant（真の誤差は永遠に未知）”とし，又，Hosmer（1929）は，“In any limited number of observations residual is not sufficiently exact（有限の観測値による残差は誤差とはいえない。”としている。20世紀後半になっても Bomford（1952）は，“In general true value is of course unknown”としている。式(5)に示すように，現在は，真値の実在を前提に平均二乗誤差（又はRMS誤差）のような尺度が使われているのである。

5.3　標準偏差と自由度

測量士試験問題は，真値の実在を否定しているので，真値を基準とした式(1)に示す中等誤差は使う場がない。中等誤差と言えば，必然的に，自由度が（$n-1$）に示される式(2)に行きつく。この類の例を以下に示す。

5.3.1　国土調査法に示す平均二乗誤差（標準偏差）

国土調査法施行令第15条に基づく別表第四筆界点の位置の平均二乗誤差の限度に関する「平均2乗誤差（標準偏差）」の式として，「全国国土調査協会（平成29年）」による「地籍調査事業の工程管理及び検査の手引き（平成29年版）」は，次の計算式(6)を示している。

$$m=\pm\sqrt{\frac{[\delta^2]}{n-1}} \tag{6}$$

ただし，$[\delta^2]=\delta_1^2+\cdots+\delta_m^2$，$n$：グループの点数，平板図上の筆界点の座標（$x, y$），高性能セオドライトによる地上座標（$x_0, y_0$）を最確値とみなし $dx=x_0-x, dy=y_0-y$ から，$\delta=\sqrt{dx^2+dy^2}$ を残差とみなし，式(6)により平均2乗誤差（標準偏差）を計算する。

計算例として，次が示されている。

・計算例（右欄：残差の平方は筆者の追加計算）

筆界点	地上距離m		図上距離m		δcm	δ^2	$\nu^2=(\delta-2.4)^2$
A	AB	16.02	ab	16.00	2	4	0.16
B	BC	12.03	bc	12.00	3	9	0.36
C	CD	11.41	cd	11.40	1	1	1.96
D	DE	11.82	de	11.80	2	4	0.16
E	DA	13.54	ea	13.50	4	16	2.56

平均値＝2.4cm　$\sum\delta^2=34$　$\sum\nu^2=5.20$

$$m=\pm\sqrt{\frac{[\delta^2]}{n-1}}=\pm\sqrt{\frac{34}{5-1}}=\pm 2.9\text{cm}<\text{甲}2=7\text{ cm}$$

従って，2.9cmは位置の平均二乗誤差甲2精度の7cm以下である，としている。式(6)は，既知座標からの散布度で，式(1)に示す中等誤差に相当するものであるから，分母の（$n-1$）はnでなければならない。又，式(6)で定義されている残差δは，常に正で残差の総和は0にならないもので，平均値を中心とした観測値の散布度ではない。結局，式(6)は，標準偏差の式の定義とは異質な根拠不明な式である。又，例題のように，2点間の距離である相対位置の評価が，筆界点の絶対位置の評価として使われている。結局，このように理論的根拠が不明な式が，不動産登記法に基づく同規則第10条第4項に定める品質管理の根拠となっていて，国民の土地境界管理に使われている。正す必要があろう。

以下は，筆者による一つの計算である。地上距離を真値とみなし，図上距離と地上距離の差δを誤差とする。誤差の平均値は$\mu=12/5=2.4$cmとなる。残差（$=\delta-\mu$）の平方の総和＝5.20から誤差の標準偏差＝$\sqrt{5.20/4}=1.1$cmが，後述の式(10)から計算される。この結果から，地上測量と平板距離（平均13m）には，2.4cmの系統誤差があることが分かる。次に，この系統誤差が本物であるか？推定する。平均値2.4cmの検定統計量$t=2.4/(1.1/\sqrt{5})=4.9$を得る。自由度4の有意水準0.05について$t_{0.05}=2.776$であるから$t=4.9>2.776$を得て，平均値2.4cmが有意な系統誤差であることが推定できる。

5.3.2 地理空間データ製品仕様書作成マニュアルに示す水平位置の標準偏差とRMS誤差

国土地理院（平成26年4月）の地理空間データ製品仕様書作成マニュアルは，絶対正確度の尺度として式(7)に示す水平位置の標準偏差を示している。式(7)は，“誤差の母平均0”と母平均は既知である。従って，この式を標準偏差とすれば，自由度は（$n-1$）でなく，nである。式(7)は，自由度を（$n-1$）でなくnとして，絶対正確度の尺度である式(8)のRMS誤差としなければならない。

> データ集合内の道路及び公園の位置の座標と，より正確度の高い参照データである点検測量成果の座標との誤差の標準偏差を計算する（誤差の母平均は，0とする）。但し，遮蔽部分（不可視のデータ）は検査対象としない。
>
> 水平位置の誤差の標準偏差
>
> 標準偏差
>
> $$m=\sqrt{\frac{1}{n-1}\sum_{i=1}^{n}\{(x_i-X_i)^2+(y_i-Y_i)^2\}} \qquad (7)$$
>
> x_i：データ集合内の検査対象のデータの位置のX座標［メートル］
>
> y_i：データ集合内の検査対象のデータの位置のY座標［メートル］
>
> X_i：より正確度の高いデータの位置のX座標［メートル］
>
> Y_i：より正確度の高いデータの位置のY座標［メートル］
>
> n：サンプル数
>
> 適合品質水準：水平位置の標準偏差　1.75m

国土地理院（平成21年7月）による地理空間データ製品仕様書作成マニュアルJPGIS Ver. 2.1版は，絶対正確度として，式(8)に示すRMS誤差を与えている。

$$\text{RMS誤差}=\sqrt{\frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n}\{(x_i-X_i)^2+(y_i-Y_i)^2\}} \qquad (8)$$

式(8)は，「平面のRMSE」として，ISO 19157(2013)，Table D. 49に示されているものである。式(7)は，系統誤差を含んでいない。一方，式(8)は，系統誤差を含んでいる。しかし，共に適合品質水準1.75mが使われていて，式(7)は不自然である。

5.4 水平位置の誤差の平均値と標準偏差

国土地理院（平成16年）は，空間データ品質評価に関するガイドライン－品質評価手順書－Ver 1.0.に水平位置の誤差の距離の平均値及び標準偏差として，検査地域から抽出された標本から得られるJIS Z 9004（1983）に基づく式(9)及び式(10)を示している。これらの式は，式(2)の2次元の場合として，標本から推

定された母集団の母数である平均値及び不偏分散である。従って，分母が $(n-1)$ となる。

誤差の水平距離の平均値

$$\overline{\Delta s}=\frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n}\Delta s_i=\frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n}\sqrt{(x_i-X_i)^2+(y_i-Y_i)^2} \quad (9)$$

誤差の水平距離の標準偏差

$$=\sqrt{\frac{1}{n-1}\left[\sum_{i=1}^{n}(\Delta s_i-\overline{\Delta s})^2\right]}$$
$$=\sqrt{\frac{1}{n-1}\left[\sum_{i=1}^{n}(\Delta s_i)^2-\frac{(\sum_{i=1}^{n}\Delta s_i)^2}{n}\right]} \quad (10)$$

ただし，誤差の X 成分 $\Delta x_i=(x_i-X_i)$，誤差の Y 成分 $\Delta y_i=(y_i-Y_i)$，誤差の水平距離 $\Delta s_i=\sqrt{(x_i-X_i)^2+(y_i-Y_i)^2}$ である。

6．真値の実在に関する考察

既に述べたように，測量士試験問題は，“真値を求めることができない。”と JIS とは異なる主張をしている。以下，真値の実在について考察する。

6.1　閉合差の真値は既知

水準測量における往復誤差及び環閉合差の真値は 0 である。又，平面三角形の内角の和の真値は180°である。同様に，GNSS 観測等の閉合差の真値は零である。このように，真値が既知の場合があって，式(1)により中等誤差が計算される。測量士受験テキストなどが“未知”と決めつけるのは正しくない。

6.2　真値の実在

我が国の誤差論教育は，“真値は神のみぞ知る。”ものと「不可知論」の立場をとり，真値の実在を否定している。この不可知論の時代背景を考察することによって，日本の誤差論に推測統計学の導入を推進する裏付けとしたい。以下の考察は，社会科学辞典編集委員会（1989）：新編社会科学辞典を基にしている。

ガリレオ（1564-1642）等による天動説は，カトリックの国では1822年まで焚書とされてきた（Vanicek and Krakiwsky，1986）。ガウス（1777-1855）の少し前の時代に活躍した偉大な哲学者であるカント（1724-1804）やヘーゲル（1770-1831）は，観念論的立場にあり，“人間は絶対的真理を知り得ない。”という不可知論の立場であった。ガウス（1777-1855）の活躍した時代は，まだ，神の世界で考える事が強く，ヘーゲルやカントの影響を強く受けていたと想像できる。その約半世紀後，マルクス（1818-1883）やエンゲルス（1820-1895）は，不可知論から脱して“その時代に得られる相対的真理を絶対的真理として扱う。”ものとした。現在の ISO の定義にある“真（又は真とみなす）値”に通じる内容である。

“真値は，無限の観測値から得られる神のみが知るもので，人間は知ることができない。”という内容は，単純で分かり易いが，系統誤差の推定はできない。それに対して，[5.3.1] で述べたように，平板上で得られた距離に対する地上測量で得られた距離を真値とみなして処理すれば，地上測量の正確度内で，平板測量の系統誤差と偶然誤差を分離して推定できることになる。こうして得られた系統誤差は，統計的仮説検定により，その確からしさを推定できるのである。

6.3　不確かさと真値

品質評価の信頼度として，データ集合の参照値との近接度（closeness）である正確度（accuracy）及び測定値の再現性（repeatability）である精度（precision）について述べてきた。更に，第 3 の信頼度である「不確かさ（uncertainty）」が使われ始めている。JIS Z 8101-2(2015)は，“真の値は，理論上の概念であって，一般的には正確には知ることができない。”としている。未知である真値を信頼度の基準にするのでなく，測定されたそのものを用いてそれが存在する既知である範囲データのばらつき（dispersion）から，品質評価を行うものである。その上で，「取り決めによる真の値，合意値（conventional true value）」及び「採択された参照値，合意参照値（accepted reference value）」を定めている。ここでの真値の定義は，正確には知ることができない未知とされているが，JIS X 7113に定められた定義と同じ内容であって，真値を不可知とせず実在値としているのである。

以上のように，実在する真値を使うことによって，より豊かな品質管理が可能になることを強く主張したい。

7．おわりに

準則は，ISO に基づく JPGIS を導入し，平均値を中

心とした観測値の散布度で定義されている式(3)に示す分散（又は標準偏差）を使っている場合がある。又，系統誤差も評価可能な品質管理に，真値を中心とした散布度である式(5)に示す平均二乗誤差（又はRMS誤差）を使っている場合がある。以上は，20世紀に発達した推測統計学の時代の品質評価の尺度である。

一方，測量士試験の受験テキストは，ガウス時代の正規分布に基づく式(1)に示す中等誤差を標準偏差と称している。中等誤差≡標準偏差としたのは，厳密でない。従って，現在一般的に使われている標準偏差と測量士試験問題受験テキストに使われている標準偏差とは，名称は同じでもそれぞれの内容は等しいものではないのである。

標準偏差は，マニュアル及び教科書等で多く使われている。地籍調査で使われている式(6)の標準偏差は，式(3)に示す標準偏差の定義とは異なるものである。日本で発行されている測量関係の教科書に示されている標準偏差は，その定義に基づかずいろいろな形に変えられ，使われている場合がある。特に，真値からの散布度で定義されている測量士試験問題テキストの標準偏差は，文部科学省の数学の教科書内容と異なり，その影響が大きいので，正しい標準偏差の内容にしなければならないと思う。

最後になるが，精度から正確度の評価によって，偶然誤差のみならず系統誤差の評価が可能になって，より豊かな測位・測量成果の品質管理が可能になったことの理解を広めたい。

謝　　辞

本レポート作成にあたり，アイサンテクノロジー株式会社松坂茂技術顧問及び同社研究開発知財本部地理空間情報センターGNSS開発課主任市川裕貴氏にご一読いただき，様々な有益なご指摘をいただいた。両氏に感謝を表する。

（受付日2018.4.2，受理日2018.7.13）

参考文献

石川甲子男・一色　朗・市原　満（1982）：測量のための最小二乗法，実教出版，p24.

大前憲三郎，熱海景良，鈴木猶吉，園部　蕃（昭和7年）：陸地測量学，岩波書店，p88，p95.

建設省地理調査書技術員養成所（1954）：最小自乗法（普通科），p18.

建設省（昭和47年度）：測量作業規程，p143.

建設省（昭和52年度）：測量作業規程，p150.

国土地理院（平成16年）：空間データ品質評価に関するガイドライン－品質評価手順書－Ver 1.0. pp104, 109. http://www.gsi.go.jp/common/000021092.pdf（参照 March23, 2018）

国土地理院（平成20年）：公共測量作業規程の準則. http://psgsv2.gsi.go.jp/koukyou/jyunsoku/index.html（参照，March23, 2018）

国土地理院（平成20年）：公共測量作業規程の準則及び同上付録4標準様式. http://psgsv2.gsi.go.jp/koukyou/jyunsoku/index.html（参照 March23, 2018）

国土地理院（平成21年）：地理空間データ製品仕様書作成マニュアル JPGISVer 2.1版，国土地理院技術資料 A・1－No. 344，84頁. https://psgsv2.gsi.go.jp/koukyou/download/ps_manual.pdf（参照 March23, 2018）

国土地理院（平成26年4月）：地理空間データ製品仕様書作成マニュアル，p84. http://www.gsi.go.jp/common/000091220.pdf（参照 March23, 2018）

国土地理院（平成29年5月）：測量士・測量士補の試験問題及び回答例. http://www.gsi.go.jp/common/000187973.pdf（参照 March23, 2018）

国土地理院測地部（平成30年）：位置情報基盤を構成するパブリックタグ情報共有のための標準仕様 Ver. 1.1」. http://www.gsi.go.jp/common/000198761.pdf（参照 June23, 2018）

社会科学辞典編集委員会（1989）：新編社会科学辞典，新日本出版社.

全国国土調査協会（平成29年）：地籍調査事業の工程管理及び検査の手引き（平成29年版），p202-203.

中根勝見・水谷素子（2017）：水準測量観測の標準偏差についての考察，測地学会誌，第63巻，p45-50.

中根勝見（2017）：日本の測地測量における統計検定の有用性についての数値的検証，測地学会誌，第63巻，p117-122.

日本工業標準調査会審議（1999）：計量規準型一回抜取検査（JIS Z 8101-1），日本規格協会，p 3.

日本工業標準調査会審議（1983）：計量規準型一回抜取検査（JIS Z 9004）（標準偏差未知で上限又は下限規格値だけ規定した場合），p 2.

日本工業標準調査会審議（2004）：地理情報－品質原理

（JIS X 7113），日本規格化協会，p 2．
日本工業標準調査会審議(2009)：地理情報－品質評価手順（JIS X 7114），日本規格協会，p 2．
日本工業標準調査会審議：JIS Z 8101-2，統計－用語及び記号－第 2 部：統計の応用，2015，p33.
日本測量協会（平成19年）：測量士・測量士補国家試験科目別模範解答集(平成14年～平成18年)，88頁，114頁.
日本測量協会（昭和56年）：現代測量学（測量の数学的基礎），154頁.
日本測量協会（平成24年）：測量士・測量士補国家試験科目別模範解答集，p89，p118-119.
日本測量協会（平成27年）：測量士・測量士補国家試験受験テキスト，p763.
簑谷千凰彦（1992）：推定と検定のはなし，東京図書，3 頁.
Bomford (1952) : Geodesy 2edn, Clarendon Press Oxford, pp404-405.
Bomford (1971) : Geodesy 3edn, Clarendon Press Oxford, p605.
Fisher R.A. (1950) : Statistical Method for Research Workers, Oliver and Boyd Ltd, 遠藤健児，渦谷清治訳（昭和27年），荘文社，36頁.
Hosmer, G.L. (1929) : Geodesy, John Wily & Sons, Inc., New York, p393, p396.
International Standard 19157 (2013) : Geographic information－Data quality, p2.
Jordan W., Eggert O., Kneissl M. (1963) : Handbuch der Vermessungskunde. Band II, J.B. Metzlersche Verlagsbuchhandlug Stuttgart, p92, p107.
Jordan W. (1895) : Handbuch der Vermessungskunde Erster Band, J.B. Metzlerscher Verlag Stuttgart, p13. p21.
Mikhail, E.M. (1976) : Observations and Least Squares, New York : Harper and Row, p45.
Vanicek P. and Krakiwsky E. (1982) : Geodesy, the Concepts, North-Holland, Amsterdam, p13.